

# Lineare Gleichungssysteme

Ein Gleichungssystem kann auf verschiedene Arten gelöst werden. Jedes Lösungsverfahren - richtig angewendet - ergibt die gleiche Lösung. Wenn dich die verschiedenen Möglichkeiten verwirren, dann konzentriere dich nur auf ein Verfahren und übe es gut. Manchmal ist es notwendig, die Gleichungen umzuformen, bevor du dein gewünschtes Verfahren anwenden kannst.

Ein Beispiel: I:  $y = x + 9$   
II:  $x + 4y = 16$

Anna mag nur das **Gleichsetzungsverfahren**. Sie formt II: um, bis y frei steht.

$$\begin{array}{l} x + 4y = 16 \quad | -x \\ 4y = 16 - x \quad | :4 \\ \text{II': } y = \frac{16-x}{4} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{(Sie hätte auch in beiden Gleichungen} \\ \text{x freistellen können.)} \end{array}$$

Jetzt kann sie  $y(\text{I})$  mit  $y(\text{II})$  gleichsetzen.

$$\begin{array}{l} x + 9 = \frac{16-x}{4} \quad | \cdot 4 \\ 4x + 36 = 16 - x \quad | + x \\ 5x + 36 = 16 \quad | - 36 \\ 5x = -20 \quad | : 5 \\ \underline{x = -4} \end{array}$$

Sie setzt - 4 für x in I: und/oder in II: ein und erhält so y.

$$\begin{array}{l} \text{In I: } y = -4 + 9 = 5 \\ \text{in II: } -4 + 4y = 16 \quad | + 4 \\ 4y = 20 \quad | : 4 \\ \underline{y = 5} \end{array}$$

Lösung:  $L = \{(-4|5)\}$

Benjamin liebt das **Einsetzungsverfahren**.

$$\text{I: } y = x + 9$$

$$\underline{\text{II: } x + 4y = 16}$$

Er setzt  $x + 9$  aus I: für  $y$  in II: ein:

$$x + 4 \cdot (x+9) = 16$$

$$x + 4x + 36 = 16 \quad | - 36$$

$$5x = - 20 \quad | : 5$$

$$\underline{x = - 4}$$

Den  $y$ -Wert berechnet er genau so wie Anna.

Lösung:  $\underline{\underline{L = \{(-4|5)\}}}$

Corinna schwört auf das **Additionsverfahren**. Dazu formt sie I: um und addiert dann die beiden Gleichungen.  $-x$  und  $+x$  heben sich auf ( $= 0$ ).

$$\text{I: } y = x + 9 \quad | - x$$

$$\text{I': } -x + y = 9$$

$$\underline{\text{II: } +x + 4y = 16}$$

$$\text{I' + II: } y + 4y = 9 + 16$$

$$5y = 25 \quad | : 5$$

$$\underline{y = 5}$$

Sie setzt 5 für  $y$  in I: und/oder in II: ein und erhält so  $x$ . (Wenn sie beide Gleichungen nach  $x$  auflöst, hat sie damit auch die Probe gemacht.)

$$\text{In I: } 5 = x + 9 \quad | - 9$$

$$\underline{- 4 = x}$$

$$\text{in II: } x + 4 \cdot 5 = 16$$

$$x + 20 = 16 \quad | -20$$

$$\underline{x = - 4}$$

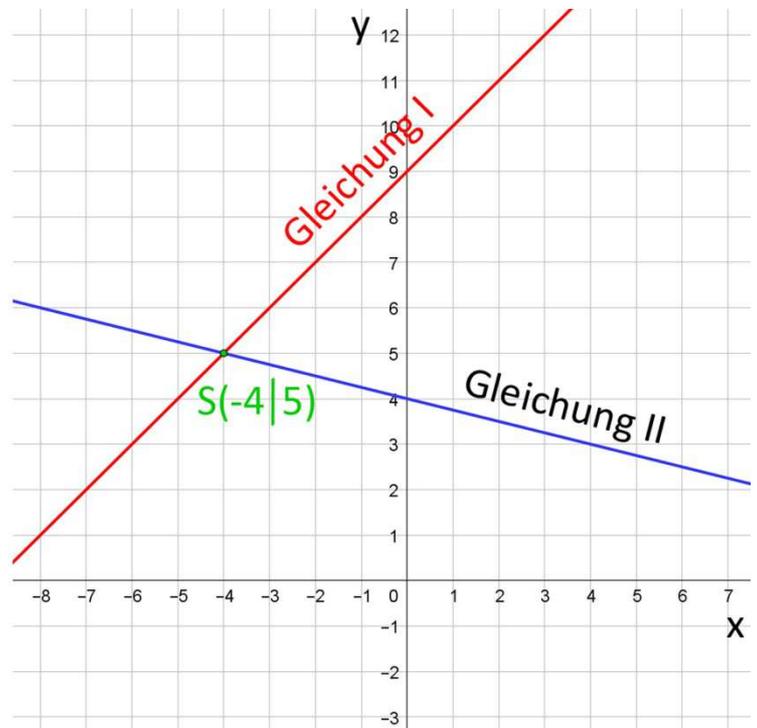
Lösung:  $\underline{\underline{L = \{(-4|5)\}}}$

Demian dagegen ist ein begeisterter Zeichner. Er erstellt eine Wertetabelle und zeichnet den Graf. Mit dem **grafischen Verfahren** bestimmt er den Schnittpunkt  $S$  der beiden Geraden. Die Koordinaten von  $S$   $(-4 | 5)$  ergeben die Lösung des Gleichungssystems.

Lösung:  $L = \{(-4|5)\}$

Gleichung I:	
$y = x + 9$	
x	y
-6	3
-5	4
-4	5
-3	6
-2	7
-1	8
0	9
1	10
2	11
3	12
4	13
5	14

Gleichung II:	
$x + 4y = 16$	
x	y
-6	5,5
-5	5,25
-4	5
-3	4,75
-2	4,5
-1	4,25
0	4
1	3,75
2	3,5
3	3,25
4	3
5	2,75



Egal, welches Lösungsverfahren verwendet wird, es ergibt sich immer das gleiche Ergebnis.

Überlege, welches Verfahren du anwenden würdest und löse die Gleichungssysteme:

I:  $y = 2x - 4$

II:  $y = x + 1$

I:  $2x + y = 3$

II:  $y = x - 1$

I:  $x = 5y + 8$

II:  $x = 2y - 4$

I:  $2x + 8y = 0$

II:  $-2x - y = 4$

I:  $7x + y = 10$

II:  $3x + y = 6$

I:  $x = 9$

II:  $2x + 3y = 3$